7 класс

7.1. Туристы отправились с турбазы на станцию, до которой 20 км, со скоростью 4км/ч. Через два часа началась буря, которая задержала туристов на 20% от общего времени, отводимого на переход. В результате бури образовался завал, который пришлось обходить, что увеличило расстояние до станции на 30%. На каком расстоянии от станции туристы окажутся через 4 часа от начала пути.

Ответ: 14 км.

Решение. S = 20 км, v = 4км/ч., t = s/v = 5 ч – время, изначально отводимое на переход.

0,2 S = 1 ч – задержка

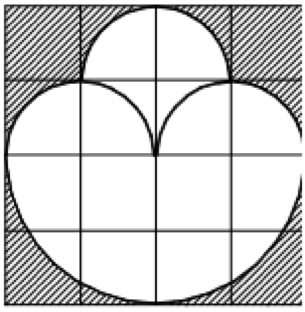
1,3 S = 26 км – расстояние до станции (учитывая завал)

4 ч = 2 ч + 1 ч (задержка) + 1 ч, т.е. шли туристы всего 3ч. И прошли за это время 3*4 = 12 км.

26 – 12 = 14 км осталось до станции.

Критерий. Верный ответ без объяснений оценивается в 1 балл. За вычислительные ошибки снимается 3 балла.

7.2. В квадрате с длиной стороны, равной 4, рисуют одну полуокружность радиусом 2 и три полуокружности радиусом 1 так, как показано на рисунке. Найти площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: $14-3\pi$.

Решение.

$S_1=\frac{1}{2}\pi 2^2=2\pi$ - площадь полуокружности радиусом 2.

$S_2=4(\frac{1}{4}\pi 1^2)=\pi$ - площадь четырех четвертинок окружности радиуса 1.

$S_3=2$ - площадь двух центральных квадратов.

Площадь белой фигуры равна $3\pi+2$. Площадь всего квадрата равна 16. Отсюда, площадь заштрихованной фигуры $16-(3\pi+2)=14-3\pi$.

Критерий: Верный ответ без объяснений оценивается в 1 балл. За вычислительные ошибки снимается 2 балла.

7.3. Существует ли девятизначное число без нулевых цифр, которое при делении на свою первую цифру дает остаток 1, при делении на вторую цифру дает остаток 2, ..., при делении на пятую цифру дает остаток 5?

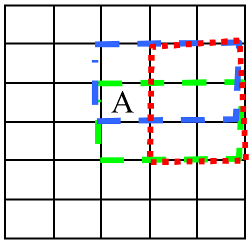
Ответ. Не существует.

Решение. Предположим, что требуемое число существует тогда у него все цифры различны, поскольку все остатки при делении на них различны. Значит, число состоит из цифр от 1 до 9, каждая использована по одному разу. Поэтому сумма его цифр равна 45. Но тогда оно делится и на 3, и на 9 (а также на 1), то есть имеет одинаковые (нулевые) остатки при делении на эти цифры. Противоречие.

Критерий: За ответ без обоснования ставится 0 баллов. За рассмотрение частных случаев ставится 1 балл.

7.4. Можно ли закрасить некоторые клетки доски 5×5 таким образом, чтобы в любом прямоугольнике 2×3 (границы по линиям сетки основного квадрата) было бы ровно одна закрашенная клетка?

Ответ: нельзя.



Доказательство. Пусть закрашена клетка А. Тогда в двух соседних 2х3, содержащих клетку А, не должно быть других закрашенных клеток. Но они покрывают прямоугольник 2х3 (см.рис.), в котором нет ни одной закрашенной клетки.

Критерий: За ответ без обоснования и рассмотрение частных случаев ставится 0 баллов.

7.5. Али-Баба пришел в пещеру, где есть золото, алмазы и сундук. Полный сундук золота весит 150 кг, полный сундук алмазов — 40 кг, пустой сундук ничего не весит. 1 кг золота стоит на базаре 20 динариев, а 1 кг алмазов — 60 динариев. Али-Баба может унести не более 100 кг. Сможет ли Али-Баба за один раз унести в сундуке сокровища на сумму 3000 динариев?

Ответ: не сможет.

Решение.

Способ 1. Пусть он взял x кг алмазов и y кг золота. Тогда $60x + 20y = 3000$, т.е. $12x + 4y = 600$. С другой стороны, $^{x}/_{40} + {}^{y}/_{150} \leq 1$, т.е. $15x + 4y \leq 600$. Оба условия могут соблюдаться только при $x = 0$, $y = 150$. Но столько золота унести нельзя.

Способ 2. Пусть Али-Баба выбрал сундук с алмазами. Но тогда он сможет забрать сокровищ только на сумму $40\times 60 = 2400$. Пусть a кг алмазов Али-Баба вынул и заменил золотом до полного сундука. Тогда ему нужно положить в сундук $15a/4$ кг золота. Тогда сумма составит $60(40\text{-}a) + 20\times 15a/4 = 2400 + 15a$. Найдем, при каком a данная сумма равна 3000. Тогда $a = 40$. Следовательно, Али-Баба должен взять полный сундук золота, но по условию вынести его он не сможет.

Критерий. За ответ без обоснования 0 баллов. За неполный перебор вариантов ставится 3 балла. Если по условиям задачи составлены уравнение и неравенство, но не решены, то ставится не больше 3 баллов.

8 класс

8.1. 60 человек знают хотя бы один из трех языков, причем 8 знают только испанский, 10 – только французский, 13 – только английский, а число знающих все три языка на 2 меньше числа знающих только английский и французский, на 3 меньше числа знающих только английский и испанский и на 4 меньше числа знающих только французский и испанский. Сколько человек знают английский и французский?

Ответ: 12.

Решение. Пусть x – число человек, знающих все три языка, тогда $x + 2$ – число человек, знающих только английский и французский, $x + 3$ – число человек, знающих только английский и испанский, $x + 4$ – число человек, знающих только французский и испанский.

Зная, что 60 человек знают хотя бы один из трех языков, 8 знают только испанский, 10 – только французский, 13 – только английский, составим уравнение:

$x + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 60 – 13 – 10 – 8$

$4x = 20$

$x = 5$

$x + (x + 2) = 5 + 5 + 2 = 12$

Критерий: За ответ без обоснования ставится 1 балл. За арифметические ошибки при верных рассуждениях снимается 3 балла.

8.2. Решите уравнение:

$$1 – (2 – (3 – (\ldots(19998 – (19999 – (20000 – x)))\ldots))) = 10000x.$$

Ответ: *–10000/9999.*

Решение. Раскрыв скобки, получим:

$1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + \ldots + 19999 – 20000 + x = 10000x$

$(1 – 2) + (3 – 4) + (5 – 6) + \ldots + (19999 – 20000) + x = 10000x$

$–1 + (–1) + (–1) + \ldots + (–1) + x = 10000x$

$–10000 + x = 10000x$

$–9999x = 10000$

$x = –10000/9999$

Критерий: Верный ответ без объяснений оценивается в 1 балл. Если скобки раскрыты верно, но при решении уравнения допущены вычислительные ошибки, за решение ставится 4 балла.

8.3. На березе висят 4 яблока в 80, 100, 140 и 150 граммов. Два очень больших и умных червяка играют в такую игру. Сначала первый выбирает себе яблоко, затем то же самое делает второй. После этого червяки одновременно начинают есть каждый свое яблоко с одинаковой скоростью. Когда червяк доедает яблоко, он выбирает любое из оставшихся и продолжает трапезу. Как червякам выбрать яблоки, чтобы каждый съел как можно больше? (Чужое яблоко есть нельзя).

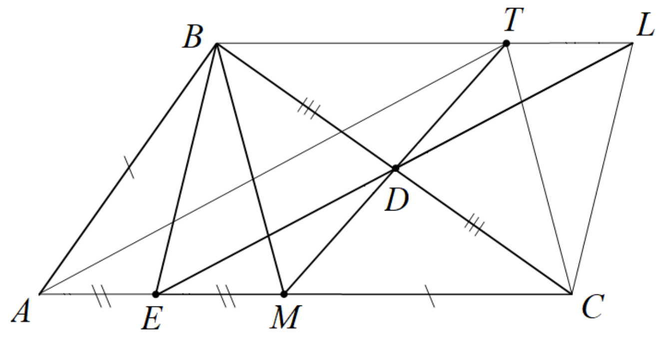
Ответ. Первый червяк выбирает первым яблоко в 100 грамм, а вторым в 140 грамм, второй червяк выбирает яблоко в 150 грамм, затем – в 80 грамм. Таким образом, первый съест 240 грамм, а второй – 230.

Решение. Если первый червяк выберет яблоко весом в 150 или 140 грамм, то он съест меньше второго: тот сможет съесть два наиболее крупных яблока из оставшихся. Выбрать яблоко в 80 г тоже невыгодно, тогда второй выбирает яблоко в 150 грамм и также съедает больше первого. Если первый выбирает яблоко весом в 100 грамм, то съест больше, какое бы яблоко (150, 140 или 80 грамм) не выбрал второй. Второму червяку, для того, чтобы увеличить свою порцию выгоднее начать со 150-граммого яблока. Тогда он съест 230 грамм, а первый – 240 грамм.

Критерии: Ответ без объяснений оценивается в 2 балла.

8.4. В треугольнике ABC, $AC > BC$, $\angle A = \alpha$. На стороне AC взята точка M так, что $AB = MC$. Известно, что точка E является серединой AM, точка D – серединой BC. Найдите $\angle CED$.

Ответ: $\angle CED = \frac{\alpha}{2}$.



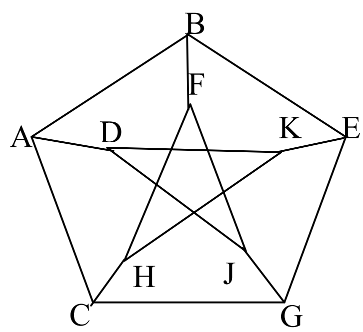
Решение. Удвоим медиану DE треугольника BEC и достроим его до параллелограмма BLCE. Проведём MD, которая будет пересекать BL в точке T. Заметим, что треугольник BDT равен треугольнику MCD по II признаку равенства. Отсюда получаем, что BT = MC и MD = DT. Поэтому треугольник ABT – равнобедренный, а ED – средняя линией треугольника AMT. Следовательно, ED || AT. Отсюда получаем, что $\angle$CED = $\angle$TAC = $\angle$ATB = $\angle$BAT = α/2.

Критерии: Все геометрические равенства должны быть обоснованы. При отсутствии их обоснования за задачу ставится не более 3 баллов. За рассмотрение частных случаев ставится 0 баллов.

8.5. **С**реди группы людей каждый знаком ровно с тремя другими, а любые двое незнакомых имеют ровно одного общего знакомого. Какое наибольшее число людей может быть в такой группе? (Подразумевается, что если *A* знаком с *B*, то и *B* знаком с *A*).

Ответ: 10 человек.

Решение. Пусть А знаком с тремя другими людьми: B,C и D. Каждый из этих троих, так как он знаком с А, знаком ещё с двумя другими, например, B с E,F; C – с G, H; и D с J, K. Тогда, если допустим, что есть ещё один человек, например N, то он может быть знаком только с кем-то из этих последних шести человек с E, F, G, H, J или K. Но тогда у них с А не будет общего знакомого. Противоречие. Значит, такого N не может быть. Значит, всего допустимо не больше 10 человек.



А познакомить 10 человек нужным образом можно следующим образом: для этого используем граф знакомств, в котором вершины пятиугольника и звезды будут обозначать людей, а рёбра - знакомства.

Критерий: За рассмотрение частных случаев ставится 0 баллов. За приведение ответа, без обоснования 0 баллов. За нахождение только общей оценки числа членов группы, с обоснованием ставится не более 2 баллов.

9 класс

9.1. Из пятнадцати состоявшихся игр команда выиграла восемь. Сколько игр из предстоящих двадцати пяти должна еще выиграть эта команда, чтобы всего команда выиграла 80% из всех игр?

Ответ: 24 игры.

Решение. Всего командой будет сыграно 15+25=40 игр. 80% от 40 составляет 32 игры (должна выиграть команда). 8 игр уже выиграно, значит, команда должна еще выиграть 32-8=24 игры.

Критерий. За ответ без объяснений ставится 1 балл.

9.2. Имеется много лошариков, ношариков и сошариков. Лошарик состоит из 5 лошек, ношарик — из 7 ношек, сошарик — из 8 сошек. Все лошарики одинаковы, ношарики и сошарики — тоже. Как с помощью чашечных весов узнать за 1 взвешивание, что тяжелее: две лошки или ношка с сошкой, если все изделия — неразборные?

Ответ. Положить на одну чашку 112 лошариков, а на другую – 40 ношариков и 35 сошариков.

Решение. Положим на одну чашу весов 112 лошариков, а на другую - 40 ношариков и 35 сошариков. Таким образом, на одной чаше окажутся 560 лошек, а на второй – 280 ношек и 280 сошек. Поэтому результат даст ответ на вопрос задачи.

Критерий. Если ответ получен без объяснений, то ставится 4 балла.

9.3. Решите уравнение: $\frac{x^2-2x+9}{x-3}=4\sqrt{x}$.

Ответ: $x_1=1, x_2=9$.

Решение. 1 способ. Заметим, что О.О.У или ОДЗ. $x\ge 0$, x≠3. Преобразуем выражение в левой части уравнения, используя неравенство Коши.

$$\frac{x^2-2x+9}{x-3}=\frac{(x^2-6x+9)+4x}{x-3}=\frac{(x-3)^2+4x}{x-3}=(x-3)+\frac{4x}{x-3}\ge 2\sqrt{(x-3)\cdot\frac{4x}{x-3}}=2\sqrt{4x}=4\sqrt{x}$$

Тогда $\frac{x^2-2x+9}{x-3}\ge 4\sqrt{x}$. Равенство достигается только в случае, когда $x-3=\frac{4x}{x-3}$. Отсюда $(x-3)^2=4x$, т.е. $x^2-10x+9=0$. Получаем, что $x_1=1, x_2=9$.

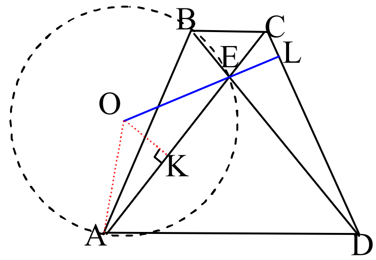
2 способ. Запишем уравнение в виде $(x-3)^2-4(x-3)\sqrt{x}+4x=0 \Leftrightarrow (x-3-2\sqrt{x})^2=0$.

$x-3=2\sqrt{x}$, $x^2-6x+9=4x$, $x^2-10x+9=0$, $x_1=1, x_2=9$.

Критерий: Верный ответ оценивается в 1 балл. За вычислительные ошибки снимается 2 балла. Если решение неполное, но выделен полный квадрат, тогда не более 3-х баллов. Если применено неравенство Коши, но не используется ОДЗ, тогда - 4 балла.

9.4. В равнобедренной трапеции $ABCD$ ($AD \| BC$) диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Через концы боковой стороны AB и точку E проведена окружность с центром O. Докажите, что $OE \perp CD$.

Доказательство. Обозначим через K - основание перпендикуляра, опущенного из O на AE, а через L точку пересечения OE со стороной CD (см.рис.). Заметим, что треугольник AOE равнобедренный и $\angle$OAK = $\angle$OEK.



$\angle ABE = \angle ECD = \frac{1}{2}\angle AOE = \angle EOK$ в силу свойств вписанных и центральных углов и свойств равнобедренной трапеции и равнобедренного треугольника.

Кроме того, $\angle$OEK=$\angle$CEL (как вертикальные). Отсюда, так как сумма $\angle ECD + \angle CEL = \angle EOK + \angle OEK = 90^o$, то и $\angle CLE = 90^o$.

Критерий: Все геометрические равенства должны быть обоснованы. При отсутствии обоснования за задачу ставится 3 балла.

9.5. Найдите наибольшее натуральное n, при котором $n^2 + 1$ имеет делитель на интервале $[n, n+100]$.

Ответ: $n = 9901$.

Решение. Допустим, что у n^2+1 есть делитель из интервала $[n, n+100]$, т.е. делитель вида $n+a$, где $a \leq 100$. Тогда у этого числа есть другой делитель, вида $(n-b)$: $n^2+1=(n+a)(n-b) = n^2 + n(a-b) - ab$. Отсюда получаем, что $b<a$, и $1 + ab = n(a-b)$. А отсюда и получаем, что левая часть принимает максимальное значение $1+100 \cdot 99 = n$ (и $a - b=1$). У числа 9901^2+1 есть делитель $9901+100 = 10001$ и число $9901^2+1 = 10001 \cdot 9802$.

Критерий. Верный ответ оценивается в 1 балл.

10 класс

10.1. Даны два двухзначных числа. Если к большему числу справа приписать меньшее число, а к меньшему из чисел справа приписать большее, то при делении первого из получившихся чисел на второе получаем частное 6 и остаток 555. Найдите эти числа.

Ответ. $x = 76, y = 11$.

Решение. Пусть числа равны x и y, $x > y$. По условию $100x + y = 6(100y + x) + 555$. После преобразований получаем, что $94x - 559y = 555$. По условию $y \geq 10$. С другой стороны, $x \leq 99$, поэтому $94x - 555 \leq 8751$, откуда $y \leq 15$. Путем перебора возможных значений y = 10, 11, 12, 13, 14, 15 найдем подходящее. Оно равно 11, а соответствующее значение x = 76.

Критерий. За ответ без обоснования 1 балл. За арифметические ошибки в вычислениях снимается 2 балла.

10.2. Найти хотя бы одну функцию $f(x)$, удовлетворяющую условиям: $f(a+b) = f(a) + f(b) + ab$, $f(1) = 1$, где a, b – любые вещественные числа.

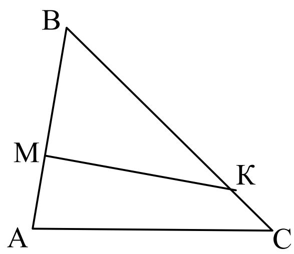
Ответ. $\mathrm{f(x)} = \dfrac{\mathrm{x}^2 + \mathrm{x}}{2}$.

Решение. Попробуем искать функцию вида $\mathrm{f(x) = kx^2}+l\mathrm{x}$. Проверим ее на выполнимость двух условий. $\mathrm{k(a+b)^2}+l\mathrm{(a+b)} = (\mathrm{ka^2}+l\mathrm{a}) + (\mathrm{kb^2} + l\mathrm{b}) + \mathrm{ab}$. Из первого условия получаем, что 2k=1, k=1/2. Из второго условия находим, что $l = 1/2$.

Критерий: За ответ без обоснования 1 балл. За проверку только одного условия ставится не более 3 баллов.

10.3. Прямая пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в таких точках M и K так, что $S(MBK) = S(AMKC)$. Докажите, что $\dfrac{MB + BK}{MA + CA + KC} > \dfrac{1}{3}$.

Доказательство. Заметим, что MB+BK+KC+AC+MA $= \mathrm{P}_{\Delta ABC}$. Пусть MB+BK = a. Тогда $\mathrm{P}_{\Delta ABC}$ – a = KC+AC+MA, а неравенство, которое нужно доказать, можно записать в виде: 3a > (P-a), или 4a>P.



Во-первых, заметим, что радиус R вписанной окружности треугольника ABC больше радиуса r вписанной окружности треугольника MBK. Во-вторых, согласно неравенству треугольника 2aR·> (a + MK)R > (a + MK)r = $2\mathrm{S}_{\Delta BMK} = \mathrm{S}_{\Delta ABC}$= pR (где p – полупериметр тр-ка ABC). А отсюда и следует, что 4a > P.

Критерий. Все переходы при доказательстве неравенства и сами неравенства должны быть обоснованы. При отсутствии обоснований снимается 4 балла. За рассмотрение частных случаев ставится 0 баллов.

10.4. Решите уравнение: $\sqrt{x^3 - 8} + x^4 - 2x^3 = 3x^2 - 4x + 4$.

Ответ. $x = 2$

Решение.

Выделим для слагаемых в левой части уравнения полный квадрат, тогда уравнение принимает вид $\sqrt{x^3 - 8} + (x^2 - x)^2 = 4x^2 - 4x + 4$. Перенесем слагаемые в правую часть: $\sqrt{x^3 - 8} + (x^2 - x - 2)^2 = 0$. Сумма двух неотрицательных выражений равна нулю тогда и только тогда, когда каждое из их равно нулю. Первое слагаемое равно нулю при $x = 2$.

Критерий: Ответ без обоснования 1 балл. За отсутствие обоснования того, что других корней нет, снимается 4 балла.

10.5. В алфавите языка племени ЭЮЯ есть только три буквы «э», «ю» и «я». Сколько слов длины *n* в этом алфавите имеет чётное число букв «ю»?

Ответ: $(3^n + 1)/2$.

Решение. Обозначим за f_n и g_n, количество слов длины n, содержащее соответственно чётное и нечётное число букв «ю». Тогда

$$f_n = 2\cdot f_{n-1} + g_{n-1} \qquad (1),$$

так как если в слове из (n-1)-ой буквы чётное число букв «ю», то в это слово можно добавить две буквы – «э» или «я». А если в слове из (n-1)-ой буквы нечётное число букв «ю», то в него можно добавить только букву «ю». Поэтому равенство (1) можно продолжить так

$$f_n = 2\cdot f_{n-1} + g_{n-1} = f_{n-1} + (f_{n-1} + g_{n-1}) = f_{n-1}+3^{n-1}.$$ (так как всего слов из (n-1)-ой буквы - 3^{n-1}).

Значит, общее количество слов длины n с чётным числом букв «ю» равно сумме членов геометрической прогрессии $f_n= 3^{n-1} + 3^{n-2} +... + 3 + 1 + f_o = (3^n-1)/2 + f_o = (3^n - 1)/2 + 1 = (3^n + 1)/2$. Заметим, что $f_o=1$, так как если в слове нет букв, то 0 – число чётное, значит, это слово также должно считаться.

Критерий. Ответ без обоснования 1 балл.

Если не учтено, что $f_0=1$, то снимается ещё 1 балл.

11 класс

11.1. Делится ли число $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... \cdot 995 \cdot 997 + 2 \cdot 4 \cdot ... \cdot 996 \cdot 998$ на 999?

Ответ. Делится.

Решение. Произведение 1·3·5·...·995·997 запишем таким образом: (999-2)·(999-4)·…. ·(999 - 998). Раскроем скобки, каждое произведение содержит множитель 999, кроме множителя 2·4·…·998. Тогда 1·3·5·...·995·997 = 999Т-2·4·…·998. Откуда сумма произведений 1·3·5·...·997 + 2·4·6... ·998 = 999Т, где Т – целое число. будет делиться на 999.

Критерий. Ответ без обоснования 0 баллов.

11.2. У входа в кинотеатр висело объявление о начале киносеансов. Придя домой, Иванов попытался по памяти записать это расписание. Но вот что удалось запомнить:

	Начало сеанса
1 сеанс	12 часов … минут
2 сеанс	13 часов … минут
3 сеанс	… часов … минут
4 сеанс	… часов … минут
5 сеанс	… часов … минут
6 сеанс	… часов … минут
7 сеанс	23 часа 05 минут

После размышлений Иванов восстановил все забытые цифры, полагая, что продолжительность сеансов, включая перерывы, одинакова. Попробуйте и вы восстановить расписание.

Ответ.

1 сеанс	12 часов	05 минут
2 сеанс	13 часов	55 минут
3 сеанс	15 часов	45минут
4 сеанс	17 часов	35 минут
5 сеанс	19 часов	25 минут
6 сеанс	21 часов	15 минут
7 сеанс	23 часа	05 минут

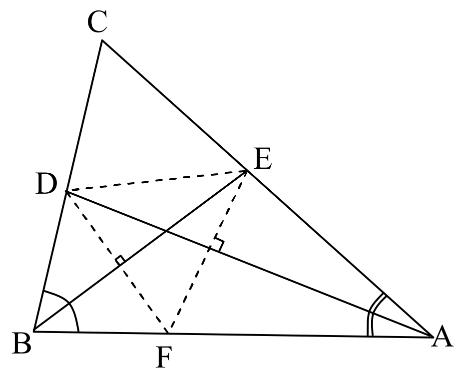
Решение. Переведем все часы в минуты. Так как неизвестно, когда начинается первый сеанс, то обозначим минуты за x. В результате получаем $720+x$ минут. Продолжительность *шести* сеансов составляет $1385-(720+x)=665-x$. Поэтому продолжительность сеанса равна 110 + $\frac{5-x}{6}$ минут. Допустим, что продолжительность сеанса меньше 110 минут. Пусть она составляет 109 минут. Тогда 720 + x + 109×6 = 1385, откуда x = 20. Но при таком значении x второй сеанс начнется после 14 часов, что не соответствует условию. При меньших значениях очевидно данное условие также не будет выполнено. С другой стороны, сеанс длится меньше 120 – x минут (иначе второй сеанс начался бы позже). Значит, x + $\frac{5-x}{6}$ < 10, то есть x < 11. Следовательно, x = 5.

Критерии. За ответ без обоснования 2 балла. За вычислительные ошибки снимается 3 балла.

11.3. Пусть Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются со сторонами BC и CA в точках D и E соответственно. Известно, что $AE + BD = AB$. Найти угол C.

Ответ: 60°.

Решение. При симметрии сторон BC и AC относительно биссектрис BE и AD соответственно точки D и E отобразятся в одну точку F на стороне AB. В силу симметрии DF⊥BE и FE⊥AD. Отсюда треугольники DBF и EAF равнобедренные. В силу симметрии EF = DE = DF, то есть треугольник DEF – равносторонний. Следовательно, получаем, что ∠EFA+∠DFB = 120°. Значит, сумма углов A и B равна 360 – 2(120°) = 120°, т.е. ∠C =60°.



Критерий: Все геометрические равенства должны быть обоснованы. При отсутствии их обоснования за задачу ставится не более 3 баллов. За рассмотрение частных случаев ставится 0 баллов.

11.4. В стене коридора замка имеется 2017 закрытых дверей. Один за другим 2017 сторожей начинают двигаться с начала коридора, причем первый сторож открывает все двери, второй изменяет положение каждой второй двери, третий — каждой третьей двери и т.д.. Сколько дверей будут открыты после прохождения всех сторожей?

Ответ: 44 двери.

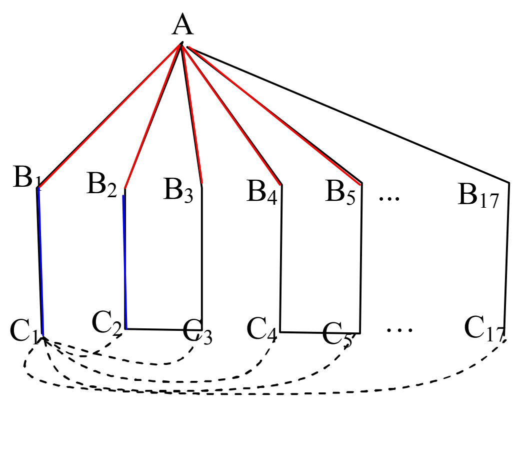
Решение. К n-й двери будут прикасаться столько раз, сколько делителей имеет число n. Открытой будет та дверь, которую затронуло нечетное число сторожей, т.е. когда её номер будет точным квадратом. Следовательно, после прохождения всех сторожей, будет открыто столько дверей, сколько квадратов находится среди чисел от 1 до 2017, т.е. 44 двери.

Критерий. За ответ без обоснования 1 балл, Если использовано свойство, что только квадрат имеет нечётное число делителей, без обоснования, то снимается 1 балл.

11.5. Дан связный граф, который остается связным при удалении любого ребра, и в котором любые две вершины либо соединены ребром, либо имеют общего соседа. Верно ли, что ребра этого графа можно покрасить в четыре цвета так, чтобы между любыми двумя вершинами нашелся путь, все ребра в котором разного цвета?

Ответ: это неверно.

Решение. Например, рассмотрим граф с 35 вершинами: A, B_1, . . . , B_{17}, C_1,…, C_{17}, в котором вершина A соединена со всеми вершинами B_i и только с ними, каждая вершина B_i соединена только с A и с C_i, и, наконец, все вершины C_i соединены друг с другом. Пусть ребра этого графа покрашены в 4 цвета. Так как из вершины A выходят 17 ребер, то какие-то пять из них заведомо одного цвета. Будем считать, что это ребра AB_1, AB_2, ..., AB_5. Среди ребер B_1C_1, B_2C_2,…, B_5C_5 есть два ребра, покрашенных одинаково. Пусть это будут ребра B_1C_1 и B_2C_2. Тогда любой путь из вершины B_1 в B_2 содержит два одинаково покрашенных ребра.



Критерий. За ответ без обоснования 0 баллов. Если просто приведен правильный пример без пояснений к нему, то ставится 5 баллов.